

VIASM

VIỆN NGHIÊN CỨU CAO CẤP VỀ TOÁN

VÀI SUY NGHĨ VỀ MA TRẬN VÀ CẤU TRÚC CỦA ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG MÔN TOÁN

(Theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018)

GS.TS. Cung Thế Anh

Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội

**VÀI SUY NGHĨ VỀ MA TRẬN VÀ CẤU TRÚC CỦA
ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG MÔN TOÁN
(Theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018)**

*GS.TS Cung Thế Anh
Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*

Lời giới thiệu. Kể từ năm học 2024-2025, học sinh phổ thông trên cả nước sẽ hoàn toàn học theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 và kì thi tốt nghiệp THPT sẽ được tổ chức theo phương án trong Quyết định số 4068/QĐ-BGDĐT ngày 28/11/2023 của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Bài viết trình bày một số suy nghĩ và kinh nghiệm cá nhân về cơ sở khoa học và những lưu ý khi thiết kế các câu hỏi theo định dạng mới của đề thi tốt nghiệp THPT môn Toán, cũng như đề thi minh họa cho những luận điểm được trình bày. Tài liệu phục vụ cho các khoá tập huấn bồi dưỡng GV Toán THPT trong khuôn khổ các hoạt động của Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển toán học giai đoạn 2021-2030.

I. MỞ ĐẦU

Bắt đầu từ năm học 2024-2025 sẽ hoàn thành việc thay sách giáo khoa phổ thông ở các lớp cuối cấp, học sinh phổ thông trên toàn quốc sẽ hoàn toàn học và thi theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018. Ngày 28/11/2023, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã ban hành Quyết định số 4068/QĐ-BGDĐT về việc phê duyệt “Phương án tổ chức kì thi và xét công nhận tốt nghiệp trung học phổ thông từ năm 2025”.

Theo Quyết định này, mục đích của kì thi là “Đánh giá đúng kết quả học tập của người học theo mục tiêu và chuẩn cần đạt theo yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông (GDPT) 2018; lấy kết quả thi để xét công nhận tốt nghiệp trung học phổ thông (THPT) và làm một trong các cơ sở để đánh giá chất lượng dạy, học của các cơ sở GDPT và công tác chỉ đạo của các cơ quan quản lí giáo dục; cung cấp dữ liệu đủ độ tin cậy cho các cơ sở đại học, giáo dục nghề nghiệp sử dụng trong tuyển sinh theo tinh thần tự chủ”; nội dung thi “Bám sát nội dung của Chương trình GDPT 2018”.

Kì thi tốt nghiệp THPT sẽ gồm 4 môn, trong đó có 2 môn bắt buộc (Toán, Ngữ văn) và 2 môn tự chọn trong số các môn, gồm: Ngoại ngữ, Lịch sử, Vật lí, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Giáo dục kinh tế và pháp luật, Tin học, Công nghệ.

Môn Ngữ văn thi theo hình thức tự luận với thời gian làm bài là 120 phút. Các môn còn lại thi theo hình thức trắc nghiệm. Môn Toán thi trong 90 phút, các môn còn lại có thời gian làm bài là 50 phút.

Như vậy, môn Toán là một trong 2 môn bắt buộc của kì thi (cùng với môn Ngữ văn). Môn Toán thi theo hình thức trắc nghiệm, gồm 22 câu hỏi, thí sinh làm bài trong thời gian 90 phút. Cấu trúc đề thi gồm ba phần:

- Phần I gồm 12 câu hỏi ở dạng trắc nghiệm nhiều lựa chọn, trong 4 đáp án gợi ý chọn 1 đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.
- Phần II gồm 4 câu hỏi ở dạng trắc nghiệm đúng-sai. Mỗi câu hỏi có 4 ý, tại mỗi ý thí sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Thí sinh đúng 1 ý được 0,1 điểm; thí sinh đúng 2 ý được 0,25 điểm; chọn đúng 3 ý được 0,5 điểm và đúng tất cả 4 ý sẽ được 1 điểm.
- Phần III gồm 6 câu hỏi dạng thức trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

II. NHỮNG NGUYÊN TẮC CHUNG KHI THIẾT KẾ ĐỀ THI

1. Đảm bảo tỉ lệ hài hoà của các mạch kiến thức trong đề thi

Trong Chương trình môn Toán THPT 2018, có 3 mạch kiến thức chính là Đại số và Giải tích: 44%, Hình học và Đo lường: 35%, Thống kê và Xác suất: 14% và phần Hoạt động thực hành trải nghiệm: 7%.

Từ đó, để đảm bảo tỉ lệ trên, có 2 phương án về tỉ lệ điểm của các mạch kiến thức trong đề thi tốt nghiệp THPT môn Toán như sau:

+ Phương án 1:

Đại số và Giải tích: 45%; Hình học và Đo lường: 40%; Thống kê và Xác suất: 15%.

+ Phương án 2:

Đại số và Giải tích: 45%; Hình học và Đo lường: 35%; Thống kê và Xác suất: 20%.

Mỗi phương án này đều có những ưu và nhược điểm riêng, chúng tôi sẽ phân tích ở phần sau, kèm với ma trận nội dung và đề minh hoạ.

2. Đảm bảo tỉ lệ mức độ nhận thức phù hợp của các câu hỏi trong đề thi.

+ **Phương án 1** (thiên về xét tốt nghiệp THPT, nhưng cũng thể hiện được tính phân hoá, có thể dùng để kết hợp xét tuyển vào ĐH):

Nhận biết: 40%; Thông hiểu: 30%; Vận dụng: 20%; Vận dụng cao: 10%.

+ **Phương án 2** (có tính phân hoá cao hơn, có thể dùng để kết hợp xét tuyển vào các trường ĐH lớn):

Nhận biết: 30%; Thông hiểu: 30%; Vận dụng: 30%; Vận dụng cao: 10%.

3. Để thể hiện rõ tinh thần đổi mới của Chương trình GDPT môn Toán 2018, đề thi nên có tối thiểu khoảng 20-30% nội dung liên quan đến ứng dụng thực tế.

Điều này đảm bảo quan điểm về tính thiết thực của Chương trình GDPT môn Toán 2018: “Chú trọng tính ứng dụng, gắn kết với thực tiễn hay các môn học, hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn học nhằm thực hiện giáo dục STEM, gắn với xu hướng phát triển hiện đại của kinh tế, khoa học, đời sống xã hội và những vấn đề cấp thiết có tính toàn cầu (như biến đổi khí hậu, phát triển bền vững, giáo dục tài chính,...)” và mục tiêu hình thành phát triển năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học, cũng như giúp học sinh “Có kiến thức, kỹ năng toán học phổ thông, cơ bản, thiết yếu; phát triển khả năng giải quyết vấn đề có tính tích hợp liên môn giữa môn Toán và các môn học khác như Vật lý, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Tin học, Công nghệ, Lịch sử, Nghệ thuật,...; tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn.”

Hơn nữa, điều này cũng rất phù hợp với định hướng tiếp cận đánh giá năng lực của Chương trình GDPT môn Toán 2018. Bởi vì đánh giá kết quả học tập theo định hướng tiếp cận năng lực cần chú trọng vào khả năng vận dụng sáng tạo tri thức trong những tình huống ứng dụng khác nhau. Hay nói cách khác, đánh giá theo năng lực là đánh giá kiến thức, kỹ năng và thái độ trong những bối cảnh có ý nghĩa. Không có mâu thuẫn giữa đánh giá năng lực và đánh giá kiến thức, kỹ năng; đánh giá năng lực được coi là bước phát triển cao hơn so với đánh giá kiến thức, kỹ năng. Để chứng minh học sinh có năng lực ở một mức độ nào đó, phải *tạo cơ hội cho học sinh được giải quyết vấn đề trong tình huống mang tính thực tiễn.*

Như vậy, việc tăng tỉ lệ các câu hỏi có nội dung thực tế trong đề thi vừa là một yêu cầu khách quan, vừa là phương tiện cần thiết để có thể đánh giá được năng lực toán học của học sinh, đặc biệt là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học. Thay vì việc phân loại HS bằng những câu hỏi thuần túy toán nâng cao, nhiều khi rất lắt léo, mẹo mực (không cần thiết và không có tính sư phạm) như trước đây, giờ đây đề thi sẽ phân loại HS bằng các bài toán có nội dung thực tiễn được thiết kế phù hợp. Đây là xu hướng không thể đảo ngược và phản ánh sự tiến bộ của Chương trình mới môn Toán. Điều này rất nên được cổ vũ, khuyến khích và cụ thể hoá trong các đề thi.

4. Về nội dung kiến thức:

- Để phù hợp với tính chất của kì thi tốt nghiệp THPT, ngữ cảnh của các bài toán trong đề thi nên thuộc nội dung của Chương trình môn Toán lớp 12. Tuy nhiên, ta có thể lồng ghép để kiểm tra những nội dung tương ứng ở lớp 10, lớp 11, trong các ý hỏi nhỏ (trong các câu hỏi ở dạng thức đúng sai) hoặc trong quá trình giải (ở các câu hỏi thuộc dạng thức trả lời ngắn).

Chẳng hạn, với những ý nâng cao của mạch Đại số và Giải tích thì có thể xét các mô hình thực tiễn cho bởi hàm mũ, hàm lôgarit, hàm lượng giác; và bên cạnh những ý hỏi liên quan đến Toán 12 (khoảng tăng/giảm của đại lượng, cực trị, xu thế trong khoảng thời gian dài (tức là tiệm cận)...), có thể có những ý đòi hỏi phải giải PT/BPT mũ, lôgarit, lượng giác (cơ bản) tương ứng, hoặc sử dụng công thức tính tổng của cấp số cộng, cấp số nhân,

Cũng có thể sử dụng những mô hình của các hình học ở lớp 11 (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình chóp đều, tứ diện vuông, ...) đã gắn sẵn hệ trục tọa độ phù hợp. Sau đó yêu cầu HS chứng minh các quan hệ hình học (song song, vuông góc); tính các đại lượng hình học (góc, khoảng cách, diện tích, thể tích); viết phương trình, xét tương giao của các đường, các mặt có trong đề bài, ...

Các bài toán liên quan đến mạch Thông kê và Xác suất cũng có thể lồng ghép các kiến thức ở lớp 10, 11 như cần dùng các công thức cộng và công thức nhân xác suất khi tính xác suất, sử dụng các quy tắc đếm ở lớp 10 khi tính xác suất, hoặc tính toán các đại lượng đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm (học ở lớp 11).

Mức độ, tỉ lệ của phần kiến thức ở lớp 10, lớp 11 trong đề thi như thế nào (dưới hình thức được lồng ghép một cách phù hợp, khéo léo) thì tùy thuộc vào mục đích và tính phân loại cần có của đề thi từng năm. Tuy nhiên, trong đề thi không nên có những câu hỏi riêng biệt mà nhìn đề là thấy ngay chỉ cần sử dụng kiến thức lớp 10 hoặc lớp 11 để giải. Vì điều này có lẽ không phù hợp với tính chất tổng hợp, xuyên suốt kiến thức mà một đề thi tốt nghiệp THPT cần có.

- Chú ý cách diễn đạt trong những bài toán thực tế sao cho có vẻ gần “thực tế” nhất. HS sẽ phải phiên dịch từ ngôn ngữ thực tế đó sang ngôn ngữ toán học, để biết cần phải làm gì.

5. Chú ý thiết kế các câu hỏi trong đề thi để có thể đánh giá được các thành tố của năng lực toán học. Ngoài ra, để hình thức đề thi đẹp hơn, đảm bảo sự hài hoà và hấp dẫn, cần chú ý đến tính cân đối giữa kênh chữ và kênh hình trong đề thi.

- Chú ý thiết kế các câu hỏi trong đề thi để đánh giá được các thành tố của năng lực toán học. Mặc dù tinh thần của Bộ Giáo dục và Đào tạo là đề thi tốt nghiệp THPT môn Toán tập trung vào đánh giá 3 thành tố của năng lực toán, bao gồm năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Tuy nhiên, bên cạnh các thành tố nói trên của năng lực toán học (để thiết kế các câu hỏi tương ứng để đánh giá hơn), ta vẫn có thể thiết kế các câu hỏi để có thể đánh giá được (một phần) năng lực giao tiếp toán học (qua các câu hỏi khai thác thông tin từ kênh hình, câu hỏi yêu cầu lựa chọn sử dụng đúng thuật ngữ toán học cần thiết, ...) và năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (qua các câu hỏi sẽ cần dùng MTCT để tính toán, chẳng hạn

tính các số đặc trưng của mẫu số liệu ở phần Thống kê, tính góc khi biết GTLG của nó trong phần Hình học, ...).

- Chú ý tăng cường các câu hỏi đọc thông tin từ kênh hình như đồ thị, bảng biểu, biểu đồ; có hình minh họa (khi cần) trong các bài toán thực tiễn. Điều này giúp hình thức đề đẹp hơn, và góp phần đánh giá được năng lực giao tiếp toán học.

Nên cố gắng mỗi dạng thức trong đề thi có ít nhất một câu hỏi gắn với hình vẽ/đồ thị/biểu đồ; khi đó hình thức đề thi sẽ đẹp hơn, hấp dẫn hơn.

III. MỘT SỐ LƯU Ý KHI THIẾT KẾ CÁC CÂU HỎI

Bên cạnh dạng câu hỏi trắc nghiệm khách quan nhiều lựa chọn mà GV đã quen thuộc và có nhiều kinh nghiệm khi thiết kế, từ năm 2025 đề thi tốt nghiệp THPT môn Toán có một loại câu hỏi mới mà nhiều GV chưa quen cách thiết kế là **loại câu hỏi trắc nghiệm đúng sai**, mỗi câu gồm 4 ý nhỏ. Hơn nữa, những **câu trắc nghiệm trả lời ngắn** cũng không phải đơn thuần là ta chỉ đem các câu hỏi tự luận vào và chỉ yêu cầu HS viết đáp số, không cần trình bày chi tiết lời giải; đây là một dạng câu hỏi riêng biệt, cần thiết kế riêng mặc dù là dễ thiết kế hơn so với câu hỏi trắc nghiệm đúng sai. Ngoài ra, khi yêu cầu tăng tỉ lệ những câu hỏi ứng dụng thực tế trong đề thi cũng gây ra một số khó khăn cho GV trong quá trình thiết kế đề thi.

Dưới đây, chúng tôi đưa ra một số gợi ý có tính chất thực hành để GV có thể tham khảo.

1. Về loại câu hỏi đúng sai 4 ý:

Đây là dạng thức mới của câu hỏi trong đề thi, do đó GV có thể còn nhiều lúng túng khi thiết kế các câu hỏi loại này. Nguyên tắc chung khi thiết kế là *4 ý hỏi trong một câu hỏi trắc nghiệm đúng sai cần gắn bó với nhau*, cùng một tình huống chung, và thể hiện rõ bước nhảy giữa các ý, đặc biệt là từ ý c) lên ý d) (vì thang điểm cho số ý đúng trong 1 câu hỏi đúng sai có bước nhảy rất rõ ràng). Dưới đây là một số gợi ý cụ thể:

+ Loại 1: Các ý hỏi trong một câu hỏi đúng sai (4 ý) nhằm khai thác các khía cạnh khác nhau của một vấn đề.

Một số ví dụ:

- Khai thác các ý cơ bản về khảo sát một hàm số quen thuộc trong Chương trình môn Toán lớp 12 (hàm phân thức bậc 2/bậc 1, bậc 1/bậc 1, hoặc một hàm số bậc 3): khoảng biến thiên; cực trị; tiệm cận; tâm đối xứng; GTLN/GTNN trên một khoảng; tiếp tuyến tại một điểm nằm trên đồ thị, ...

Với những ý nâng cao, có thể hỏi về trục đối xứng, dùng đồ thị hoặc bảng biến thiên để kết luận về số nghiệm của phương trình tương ứng, ...

- Khai thác các ý về một bài toán cơ học khi xét chuyển động của một chất điểm trên đường thẳng (quan hệ giữa vị trí, vận tốc, gia tốc, hướng chuyển động, vị trí của chất điểm khi vận tốc/gia tốc lớn nhất, nhỏ nhất, ...).
- Khai thác các ý về một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số cho sẵn và trục hoành (xác định phương trình đồ thị, xác định số nghiệm của phương trình dạng $f(x) = m$, tính diện tích hình phẳng, tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng xung quanh trục Ox , ...).
- Khai thác một mô hình hình học (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình lăng trụ đứng, hình chóp đều, hình tứ diện vuông, ...) mà đã gắn sẵn hệ trục tọa độ (có tọa độ một số đỉnh). Yêu cầu chứng minh các quan hệ hình học như song song, vuông góc; tính các đại lượng hình học như khoảng cách, góc, diện tích, thể tích; viết phương trình, xét tương giao của các đường, các mặt có trong hình, ...
- Cho phương trình 1 đường thẳng và 1 mặt phẳng (hoặc 2 đường thẳng, hoặc 2 mặt phẳng, hoặc 1 đường thẳng và 1 mặt cầu). Khai thác các ý về tương giao, khoảng cách, góc, ... liên quan.
- Cho một mô hình mẫu dữ liệu ghép nhóm trong Thống kê, khai thác các khía cạnh khác nhau như tính các số đặc trưng (kể cả các số đặc trưng đo xu thế trung tâm ở lớp 11). Hoặc là cho hai mẫu dữ liệu cùng loại, tính và so sánh theo phương diện về một vài số đặc trưng nào đó.
Các ý VD, VDC nên hỏi theo kiểu dùng ý nghĩa của các số đặc trưng để đồng ý hay bác bỏ một kết luận định tính nào đó.
-

+ Loại 2: Các ý hỏi trong một câu hỏi đúng sai (4 ý) là các bước chính để giải một bài toán tổng hợp và tương đối khó

- Các bước để giải quyết một bài toán tối ưu hoá loại phải tự xác định mô hình toán học (loại tổng hợp, tương đối khó).
- Cho 1 tình huống cần tính xác suất có điều kiện, loại tổng hợp và tương đối khó. Thiết kế 4 ý thành các bước phù hợp để giải bài toán đã cho (từ ý c) lên ý d) để là bước khó nhất).
-

2. Về câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn:

Khi thiết kế các câu hỏi thuộc dạng thức trả lời ngắn trong đề thi (HS không cần trình bày lời giải chi tiết, chỉ cần điền đáp số trên phiếu trả lời), cần lưu ý những điểm sau:

- Kết quả của câu hỏi cần ở dạng thích hợp và là duy nhất.

[Theo mẫu phiếu chấm dự thảo của Bộ Giáo dục và Đào tạo, đáp số là số nguyên (kể cả số nguyên âm) hoặc là số thập phân, và HS sẽ tô dấu âm, dấu phẩy và các chữ số phù hợp trên phiếu trả lời) để có thể chấm tự động bằng máy quét. Vì số ô để điền đáp số trên phiếu chấm chỉ là 4 (kể cả dấu âm, dấu thập phân, nếu có), nên nếu cần thì trong đề phải có yêu cầu làm tròn kết quả đến hàng nào đó cho phù hợp].

- Cần chú ý thời gian xử lý các câu hỏi này phải phù hợp với thời gian làm bài của đề thi và tỉ lệ điểm của các câu hỏi thuộc dạng thức này trong đề thi (3/10 điểm). Tránh những bài mà lời giải quá dài, phức tạp, HS sẽ không đủ thời gian làm bài.

- Nên có tỉ lệ hài hoà giữa các câu hỏi thuần túy toán và các câu hỏi liên quan đến ứng dụng thực tế trong phần này. Mức độ nhận thức của các câu hỏi thuộc dạng thức này nên từ mức độ Thông hiểu trở nên, tránh những bài quá đơn giản chỉ ở mức độ Nhận biết.

3. Về các tình huống liên quan đến thực tiễn:

+ *Ứng dụng đạo hàm:*

- Vận dụng: Mô hình toán học cho sẵn (mô hình tăng trưởng (hàm bậc 1/bậc 1, hàm mũ); hàm tăng trưởng logistic: hàm mũ; hàm chi phí trung bình: hàm bậc 1/bậc 1, bậc 2/bậc 1; hàm chi phí khi loại bỏ chất gây ô nhiễm: hàm bậc 1/bậc 1; nồng độ của chất khử trùng, nồng độ của 1 chất trong phản ứng hoá học: hàm bậc 1/bậc 1; chuyển động của chất diêm trên đường thẳng (các câu hỏi liên quan đến vị trí, hướng chuyển động, khoảng thời gian tăng tốc, giảm tốc, quãng đường di chuyển được, độ dịch chuyển, ...); các hàm trong kinh tế (hàm chi phí, hàm doanh thu, hàm lợi nhuận) và ý nghĩa đạo hàm của chúng, ...).
- VD cao: Cần tự xây dựng mô hình toán học (ví dụ giải các bài toán tối ưu hoá mà mô hình chưa có: các bài toán cực trị (tối ưu thời gian, chi phí, ...); các bài toán trong kinh tế mà phải tự lập hàm doanh thu từ dữ kiện, ...).

+ *Tích phân:*

- Vận dụng: Mô hình toán học cho sẵn (lấy tích phân của một hàm biểu thị tốc độ thay đổi của một đại lượng nào đó: tích phân của vận tốc tức thời cho hàm vị trí, tích phân của tốc độ tăng trưởng cho số lượng quần thể, tích phân của lợi nhuận biên cho lợi nhuận, ...; chuyển động trên đường thẳng, ...).

Có thể dùng những bài mà ý nghĩa của các đại lượng tính qua tích phân được giải thích ngay trong đề bài (như công trong vật lí, quan hệ giữa công và năng lượng; các đại lượng trong kinh tế (thặng dư tiêu dùng, thặng dư sản xuất; ước tính lợi nhuận trong một khoảng thời gian khi biết hàm doanh thu và hàm chi phí), giá trị

trung bình trên một khoảng của một đại lượng biến thiên, tìm tọa độ trọng tâm của một dây thẳng có mật độ khối lượng thay đổi, ...)

- VD cao: Tính diện tích các hình trang trí khi chưa cho phương trình cụ thể, mà phải xác định phương trình từ dữ kiện của đề bài, ...

+ *Vector*: Gắn với các bài toán vật lí (cân bằng lực, tính công của lực không đổi, ...).

+ *Phương pháp tọa độ trong không gian*: Gắn với các mô hình thực tiễn mà đã gắn sẵn tọa độ: ví dụ với mô hình nhà, cần tính độ dốc của mái nhà (góc giữa hai mặt phẳng), góc giữa hai xà và cột nào đó (góc giữa hai đường thẳng), ...; tính khoảng cách giữa hai đối tượng (coi là hai điểm) trong không gian; các mô hình liên quan đến hình cầu như mô hình phát sóng wifi, bán kính quét của radar,

IV. MA TRẬN THIẾT KẾ ĐỀ THI

1. Phương án 1: ĐS-GT: 45%; HH-ĐL: 40%; TK-XS: 15%

Dạng thức	Mạch kiến thức	Số câu hỏi	Mức độ tư duy	Tổng điểm	Ghi chú
Trắc nghiệm nhiều lựa chọn	ĐS-GT	6=4+2		1,5	04 câu về Ứng dụng đạo hàm + 02 câu về Nguyên hàm, tích phân
	HH-ĐL	4=1+3		1,0	01 câu về Vector, 03 câu về Phương pháp tọa độ trong không gian
	TK-XS	2=1+1		0,5	01 câu về Thống kê, 01 câu về Xác suất
Trắc nghiệm đúng sai	ĐS-GT	2=1+1		2,0	01 câu về Đạo hàm, 01 câu về Tích phân; trong 2 câu này có 01 câu về thực tế.
	HH-ĐL	2=1+1		2,0	01 câu về Phương pháp tọa độ trong kg (cho pt đt và mp, cặp pt đt, cặp pt mặt phẳng, pt đt và mặt cầu, ... và khai thác các ý hỏi liên quan). 01 câu lấy mô hình là một hình học trong không gian (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình chóp đều, tứ diện vuông, ...) mà đã gắn sẵn hệ trục tọa độ và cho sẵn tọa độ một số đỉnh và khai thác tiếp (tính khoảng cách, góc, diện tích, thể tích; chứng minh vuông góc, song song; viết phương trình các đường, các mặt, ...)

Trắc nghiệm trả lời ngắn	ĐS-GT	2=1+1		1,0	01 câu về Đạo hàm + 01 câu về Nguyên hàm, tích phân; có ít nhất 01 câu về thực tiễn (có thể là bài toán tối ưu hoá mà phải tự xây dựng mô hình)
	HH-ĐL	2=1+1		1,0	Trong 02 câu, có ít nhất 01 câu về vận dụng thực tiễn
	TK-XS	2=1+1		1,0	01 câu về Thống kê + 01 câu về Xác suất có điều kiện
Tổng				10	

Ma trận các chủ đề

STT	Tên chủ đề		Điểm (Cột 1 chỉ là tham khảo; nhưng tổng điểm của mạch kiến thức là cố định)		Ghi chú
1	Ứng dụng của đạo hàm	Thuần túy toán	2,5	4,5	
		Vận dụng thực tiễn			
2	Nguyên hàm và Tích phân	Nguyên hàm	2,0		
		Tích phân			
3	Vectơ trong không gian	Vectơ thuần túy	1,0		
		Vectơ gắn với tọa độ			
4	Phương pháp tọa độ trong không gian	Thuần túy toán	3,0	4,0	
		Gắn với mô hình thực tiễn			
5	Thống kê	01 câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn + 01 câu trả lời ngắn	0,75	1,5	Các ý VD, VDC nên hỏi theo kiểu dùng ý nghĩa của các số đặc trưng để đồng ý hay bác bỏ một kết luận định tính nào đó
6	Xác suất	01 câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn + 01 câu trả lời ngắn	0,75		Các ý VD, VDC nên hỏi theo kiểu cần tính một xác suất có điều kiện loại tổng hợp, tương đối khó

2. Phương án 2: ĐS-GT: 45%; HH-ĐL: 35%; TK-XS: 20%

Dạng thức	Mạch kiến thức	Số câu hỏi	Mức độ tư duy	Tổng điểm	Ghi chú
Trắc nghiệm nhiều lựa chọn	ĐS-GT	6=4+2		1,5	04 câu về Ứng dụng đạo hàm + 02 câu về Nguyên hàm, tích phân

	HH-ĐL	4=1+3		1,0	01 câu về Vectơ, 03 câu về Phương pháp tọa độ trong không gian
	TK-XS	2=1+1		0,5	02 câu về mạch Thống kê-Xác suất
Trắc nghiệm đúng sai	ĐS-GT	2=1+1		2,0	01 câu về Đạo hàm, 01 câu về Tích phân; trong 2 câu có 01 câu về thực tế
	HH-ĐL	1		1,0	01 câu về Phương pháp tọa độ trong kg hoặc lấy mô hình là một hình hình học (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình chóp đều, tứ diện vuông, ...) mà đã gắn sẵn hệ tọa độ và khai thác tiếp (tính khoảng cách, góc, diện tích, thể tích; chứng minh vuông góc, song song; viết phương trình, xét tương giao các đường, các mặt có trong hình, ...)
	TK-XS	1		1,0	01 câu về Thống kê (khai thác các số đặc trưng khác nhau) hoặc về Xác suất có điều kiện (các bước để giải một ý tổng hợp, tương đối khó)
	ĐS-GT	2=1+1		1,0	01 câu về Đạo hàm + 01 câu về Nguyên hàm, tích phân; có ít nhất 01 câu về thực tiễn (có thể là bài toán tối ưu hoá mà phải tự xây dựng mô hình)
Trắc nghiệm trả lời ngắn	HH-ĐL	3=1+2		1,5	Có ít nhất 01 câu liên quan đến ứng dụng thực tiễn
	TK-XS	1		0,5	Cân đối với nội dung câu hỏi đã chọn ở Dạng thức II, để số điểm của phần Thống kê và phần Xác suất không quá chênh lệch.
Tổng				10	

Ma trận các chủ đề

STT	Tên chủ đề		Điểm (Cột 1 chỉ là tham khảo; chỉ có tổng điểm là cố định)		Ghi chú
1	Ứng dụng của hàm đạo	Thuần túy toán	2,5	4,5	
		Vận dụng thực tiễn			

2	Nguyên hàm và Tích phân	Nguyên hàm	2,0	3,5	
		Tích phân			
3	Vectơ trong không gian	Vectơ thuần túy	1,0		
		Vectơ gắn với tọa độ			
4	Phương pháp tọa độ trong không gian	Thuần túy toán	2,5		
		Gắn với mô hình thực tiễn			
5	Thống kê			2,0 (có thể theo phương án chia đều	Các ý VD, VDC nên hỏi theo kiểu dùng ý nghĩa của các số đặc trưng để đồng ý hay bác bỏ một kết luận định tính nào đó
6	Xác suất			1+1, hoặc 1,25+0,75, tùy dụng ý của từng đề)	Các ý VD, VDC nên hỏi theo kiểu cần tính một xác suất có điều kiện loại tổng hợp, tương đối khó

V. ĐỀ THI MINH HOẠ

Dưới đây, chúng tôi trình bày 02 đề thi gợi ý theo cấu trúc kì thi tốt nghiệp THPT minh họa cho hai phương án đề xuất ở trên, kèm đáp án, ma trận chi tiết và phân tích ưu, nhược điểm của từng phương án, để bạn đọc có thể tham khảo.

1. Đề thi minh họa theo Phương án 1

Đề thi được thiết kế theo tỉ lệ:

+ Đại số và Giải tích: 45%; Hình học và Đo lường: 40%; Thống kê và Xác suất: 15%.

+ Nhận biết: 40%; Thông hiểu: 30%; Vận dụng: 20%; Vận dụng cao: 10%.

Ưu điểm của đề thi theo phương án này:

+ Cấu trúc khá cân đối ở cả 3 dạng thức câu hỏi của đề thi;

+ Các câu hỏi nhìn chung thiết kế thuận lợi hơn (vì nói chung, thiết kế câu hỏi đúng sai thuộc mạch Thống kê và Xác suất khó hơn thiết kế câu hỏi đúng sai ở 2 mạch còn lại);

+ Điểm trung bình của thí sinh nhìn chung sẽ cao hơn (vì mạch Hình học và Đo lường dễ hơn, quen thuộc hơn, thì được nhiều điểm).

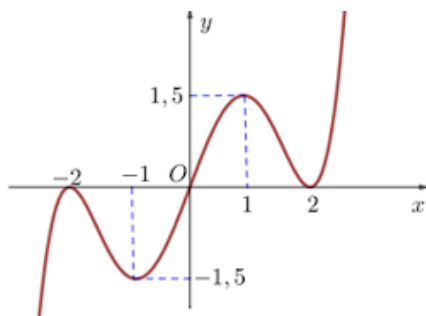
Nhược điểm: Chưa thể hiện thật rõ mạch Thống kê và Xác suất là 1 trong 3 mạch kiến thức chính của Chương trình; thiếu các câu hỏi tổng hợp về mạch Thống kê và Xác suất (các câu hỏi trong đề thi chỉ là những câu hỏi tương đối nhỏ, khá vụn vặt).

ĐỀ MINH HỌA KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA – PHƯƠNG ÁN 1

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ cho trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị $M - m$ bằng

A. $M - m = 0$.

B. $M - m = 2$

C. $M - m = 3$.

D. $M - m = 1,5$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x+1}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

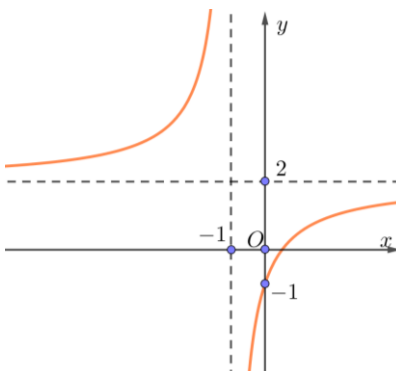
A. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận.

C. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số không đi qua gốc tọa độ.

D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 3. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.

C. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

D. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

Câu 4. Giả sử rằng số dân của một thị xã sau t năm (kể từ năm 2022) được tính bởi công thức $f(t) = \frac{23t + 20}{t + 2}, t \geq 0$ (đơn vị của $f(t)$ được tính bằng nghìn người). Hỏi trong khoảng thời gian từ năm 2022 đến năm 2030 (tức là $t \in [0; 8]$), số dân lớn nhất của thị xã đó là bao nhiêu?

A. 20,1 nghìn người.

B. 20,6 nghìn người.

C. 21,8 nghìn người.

D. 20,4 nghìn người.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = e^{-x} + \sin x$ và thỏa mãn $f(0) = -2$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $f(x) = -e^{-x} - \cos x$.

B. $f(x) = -e^{-x} + \cos x - 2$.

C. $f(x) = e^{-x} - \cos x$.

D. $f(x) = e^{-x} + \cos x$.

Câu 6. Một bồn chứa $10 m^3$ nước bị rò rỉ với tốc độ chảy ra vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $V'(t) = 250 - 2t$ (lít/phút). Biết rằng $V(t)$ (lít) là thể tích nước chảy ra khỏi bồn tính tới thời điểm t phút. Gọi V_1 thể tích nước chảy ra khỏi bồn trong 15 phút đầu tiên kể từ khi nước bị rò rỉ và V_2 là thể tích nước chảy ra khỏi bồn từ sau phút thứ 15 đến hết phút thứ 30. Tính $V_1 - V_2$.

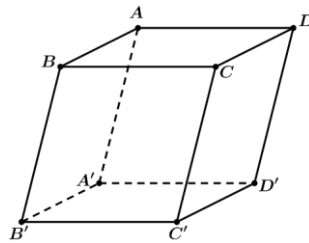
A. 30 lít.

B. 50 lít.

C. 450 lít.

D. 3 075 lít.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}$ bằng vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{A'C}$.

B. $\overrightarrow{CA'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{C'A}$.

Câu 8. Phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$ và đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ là

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 64$.

C. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 8$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 5 = 0$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Gọi M là giao điểm của (d) và mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm M là

A. $M(2; 2; 0)$.

B. $M(0; -4; 2)$.

C. $M\left(\frac{4}{3}; 0; \frac{2}{3}\right)$.

D. $M(0; -1; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $M(50; 100; 8)$ đến vị trí hạ cánh là $N(1; 1; 0)$. Góc tạo bởi đường bay của máy bay và mặt đất có giá trị **gần nhất** với phương án nào sau đây?

A. 3° .

B. 4° .

C. 5° .

D. 6° .

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm) là

A. 0,13.

B. 0,36.

C. 2,85.

D. 3,39.

Câu 12. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B là

A. $\frac{5}{8}$.

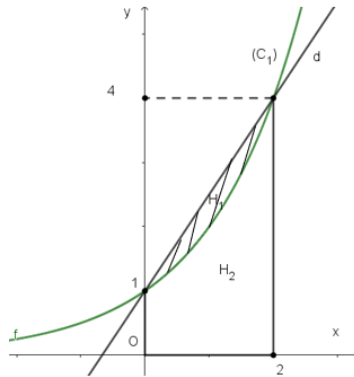
B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{5}{14}$.

D. $\frac{1}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2^x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = ax + b$ như hình dưới.



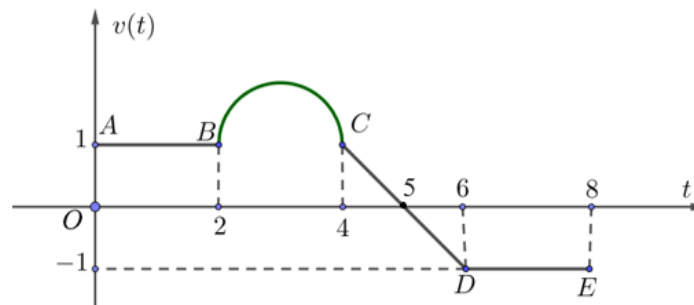
a) $\int f(x)dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

b) Phương trình đường thẳng d là $y = 2x + 1.$

c) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành Ox và các đường thẳng $x = 0, x = 1$ xung quanh trục Ox là 16π (đvtt).

d) Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) và hình phẳng H_2 (xem hình vẽ). Khi đó $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{13}.$

Câu 2. Cho một chất điểm chuyển động trên đường thẳng. Vận tốc $v(t)$ của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 8$ được cho bởi đồ thị như hình dưới, bao gồm các đoạn thẳng AB, CD, DE và nửa đường tròn đường kính BC . Ở đây, thời gian t tính bằng giây, vận tốc $v(t)$ tính bằng m/s, $t = 0$ là thời điểm chất điểm bắt đầu chuyển động. Khi đó:



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây là 1 m/s.

- b) Sau thời điểm 6 giây thì chất điểm chuyển động theo chiều dương.
 c) Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ giây là -1 m/s^2 .
 d) Quãng đường mà chất điểm đi được trong 4 giây đầu tiên là 4 m.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

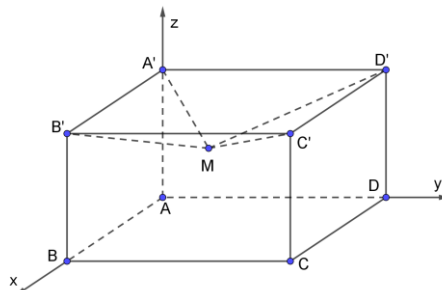
$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases} \text{ và } d': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

- a) Góc giữa hai đường thẳng d và d' (tính chính xác đến hàng đơn vị của độ) là 51° .
 b) Mặt phẳng chứa điểm $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d' đi qua gốc tọa độ O .
 c) Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.
 d) Giả sử M, N lần lượt là hai điểm thuộc các đường thẳng d, d' sao cho độ dài đoạn MN nhỏ nhất. Khi đó, $MN = 2$.

Câu 4. Tại World Cup 2022, FIFA sử dụng công nghệ quay mới để ghi lại những diễn biến trên sân vận động nhanh chóng và chi tiết hơn. Công nghệ này gồm một máy quay điều khiển từ xa, được gắn bằng dây cáp nối đến các góc sân. Để lắp đặt máy quay, phải có 4 điểm cao để gắn dây cáp. Dây cáp gắn máy quay được làm bằng sợi kevlar không giãn, đồng thời sân bóng có một máy tính riêng để điều khiển các sợi dây cáp khi cần. Các sân bóng có thể tận dụng các điểm cao trên khán đài để gắn dây cáp, hoặc dựng các cột cao tạm thời (Theo NBC).



Giả sử sân bóng có chiều dài 320 m, chiều rộng 280 m và chiều cao của mỗi cột gắn cáp là 73 m. Bốn cột gắn cáp AA', BB', CC', DD' được dựng ở 4 góc của sân vận động. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình dưới, vị trí máy quay được biểu diễn bởi điểm M thuộc miền trong của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (đơn vị trên mỗi trục tương ứng với 1 m).



Ta có $AB = 280, AD = 320, AA' = 73$.

a) Khi máy quay đặt tại tâm của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thì máy quay có tọa độ $M(140; 160; 30)$.

b) Khi máy quay đặt tại điểm $M(120; 200; 30)$ thì máy quay cách điểm treo cáp C' là 202 m .

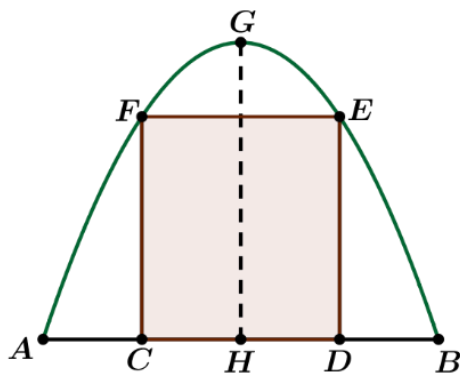
c) Giả sử ban đầu máy quay ở vị trí A' . Có tình huống đá phạt penalty nên cần di chuyển máy quay tới độ cao 20 m ngay phía trên vị trí đặt quả bóng khi đá penalty có tọa độ $(140; 11; 0)$ (tức là hình chiếu vuông góc của máy quay xuống mặt sân là quả bóng). Độ dài quãng đường ngắn nhất mà máy quay phải di chuyển là 150 m (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị của mét).

d) Khi máy quay cách đều bốn điểm treo cáp một khoảng là 215 m thì máy quay có độ cao lớn hơn 35 m so với mặt sân bóng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = a$. Tính giá trị của a .

Câu 2. Một cánh cổng, với cổng vòm có dạng parabol, gồm hai phần: phần hai cánh cửa có dạng hình chữ nhật $CDEF$, phần còn lại là phần trang trí (như hình dưới). Biết rằng $GH = 3 \text{ m}$, $AB = 4 \text{ m}$ và $AC = BD = 1 \text{ m}$. Tính diện tích (đơn vị: m^2) phần trang trí của cổng.



Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (P) và song song với trục Ox có phương trình là $ax + by + z + d = 0$. Tính giá trị của $a + b + d$.

Câu 4. Một máy bay bay ngang qua một trạm kiểm soát không lưu và cách trạm kiểm soát này một khoảng (theo đường chim bay) là 14 km . Cho hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như

ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA

PHƯƠNG ÁN 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	C	D	A	C	C	A	B	B	A	A

Câu 4. Ta có: $f'(t) = \frac{23.2-20}{(t+2)^2} = \frac{26}{(t+2)^2} > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên nửa khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó, trong khoảng thời gian từ năm 2022 đến năm 2030 thì số dân lớn nhất của xã đó là vào năm 2030.

Khi đó, số dân lớn nhất của xã đó là: $f(8) = 20,4$ (nghìn người).

Câu 5. Với phương án C, ta có $f(0) = 0 \neq -2$; với phương án D, ta có $f(0) = 2 \neq -2$. Do đó ta loại hai phương án C và D.

Cả hai phương án A và B đều thỏa mãn điều kiện $f(0) = -2$. Bằng cách tính đạo hàm $f'(x)$ để thử lại thì ta kết luận A là phương án đúng.

Câu 6. Ta có $V_1 = \int_0^{15} (250 - 2t)dt = (250t - t^2)|_0^{15} = 3\,525$ lít;

$V_2 = \int_{15}^{30} (250 - 2t)dt = (250t - t^2)|_{15}^{30} = 3\,075$ lít.

Vậy $V_1 - V_2 = 450$ lít.

Câu 9. Mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Vậy đường thẳng đi qua $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Suy ra tọa độ điểm $M(0; -4; 2)$.

Câu 10. Gọi α là góc hợp bởi đường bay của máy bay với mặt đất.

Khi đó $\alpha = (\overrightarrow{MN}, (Oxy))$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-49; -99; -8)$, vectơ pháp tuyến của (Oxy) là $\vec{k} = (0; 0; 1)$,

$$\sin \alpha = |\cos(\overrightarrow{MN}, \vec{k})| = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{k}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{8}{\sqrt{12} \cdot 266} \Rightarrow \alpha \approx 4,1^\circ.$$

Câu 12. Xét các biến cố:

M : “Cây được chọn là cây cam”; N : “Cây được chọn ở khu B”.

Ta có: $P(M|N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.



Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) S
b) S	b) S	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) Đ

Câu 1. a) Đúng vì $\int f(x)dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

b) Sai vì:

Đường thẳng d đi qua hai điểm có tọa độ $(0; 1)$ và $(2; 4)$.

Do đó vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; 3)$.

Suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_d = (3; -2)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là $d: 3x - 2y + 2 = 0$ hay $y = \frac{3}{2}x + 1$.

c) **Sai** vì thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , Ox , Oy và đường thẳng $x = 1$ quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^1 (2^x)^2 dx = \pi \int_0^1 4^x dx = \pi \cdot \frac{4^x}{\ln 4} \Big|_0^1 = \pi \cdot \frac{3}{2 \ln 2}.$$

d) **Sai.**

Ta có S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và đồ thị (C) .

Từ đồ thị, ta thấy đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x = 0$ và $x = 2$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \int_0^2 \left| \left(\frac{3}{2}x + 1 \right) - 2^x \right| dx = \left(\frac{3}{4}x^2 + x - \frac{2^x}{\ln 2} \right) \Big|_0^2 = 5 - \frac{3}{\ln 2}.$$

Lại có S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = 2$.

$$\text{Do đó } S_2 = \int_0^2 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^2 = \frac{3}{\ln 2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{5 - \frac{3}{\ln 2}}{\frac{3}{\ln 2}} = \frac{5 \ln 2}{3} - 1.$$

Câu 2. b) Sai vì khi $t > 6$, $v(t) < 0$ nên chất điểm chuyển động theo chiều âm.

c) **Đúng** vì phương trình đường thẳng chứa đoạn CD là $v(t) = 5 - t$. Suy ra $a(t) = v'(t) = -1$.

Do đó tại thời điểm $t = 5$ giây, gia tốc của chất điểm là -1 m/s^2 .

d) **Sai** vì: Tổng quãng đường chất điểm đi được trong 4 giây là diện tích của miền giới hạn bởi các đường có phương trình $v = v(t)$, $v = 0$, $t = 0$, $t = 4$ và bằng $2 + 2 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 4 + \frac{\pi}{2} \text{ m}$.

Câu 3. a) Sai

Ta có: $\vec{u}_a = (2; -1; 0)$, $\vec{u}_{a'} = (-1; 1; 1)$.

$$\text{Khi đó: } \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_a \cdot \vec{u}_{a'}|}{|\vec{u}_a| \cdot |\vec{u}_{a'}|} = \frac{|2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{15}} \text{ nên } \alpha \approx 39^\circ.$$

b) **Sai**

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d' .

Khi đó $(P): \begin{cases} \text{đi qua } A(1; -1; 1) \\ \vec{n} = \vec{u}_{d'} = (-1; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow (P): -x + y + z + 1 = 0.$

Ta có $-0 + 0 + 0 + 1 \neq 0$ nên mặt phẳng (P) không đi qua gốc tọa độ.

c) **Đúng**

Ta có: $\vec{u}_d = (2; -1; 0), \vec{u}_{d'} = (-1; 1; 1) \Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (-1; -2; 1).$

Lấy $I(1; -1; 1) \in d, J(2; -2; 3) \in d'$. Suy ra $\vec{IJ} = (1; -1; 2).$

Xét $\vec{IJ} \cdot [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 = 3 \neq 0.$

Vậy hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

d) **Sai**

Độ dài đoạn MN ngắn nhất khi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' .

Gọi $M(1 + 2t; -1 - t; 1) \in d, N(2 - t'; -2 + t'; 3 + t') \in d'.$

Suy ra $\vec{MN} = (1 - 2t - t'; -1 + t + t'; 2 + t').$

Ta có $\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{MN} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \vec{MN} \cdot \vec{u}_{d'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(1 - 2t - t') - (-1 + t + t') + 0 \cdot (2 + t') = 0 \\ -(1 - 2t - t') + (-1 + t + t') + (2 + t') = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5t - 3t' = -3 \\ 3t + 3t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t' = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy $\vec{MN} = \left(-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow MN = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

Câu 4.

Ta có:

$A(0; 0; 0), B(280; 0; 0), D(0; 320; 0), A'(0; 0; 73), C(280; 320; 0), C'(280; 320; 73).$

a) **Sai** vì $M(140; 160; 36,5).$

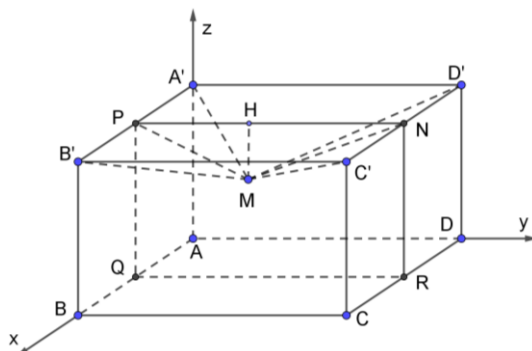
b) **Sai** vì $MC' = \sqrt{(280 - 120)^2 + (320 - 200)^2 + (30 - 73)^2} \approx 204,57.$

c) **Đúng** vì tọa độ của máy quay là $M(140; 11; 20).$

Độ dài ngắn nhất mà máy quay phải di chuyển là

$$MA' = \sqrt{140^2 + 11^2 + (73 - 20)^2} \approx 150.$$

d) **Đúng.**



Gọi P, Q, R, N lần lượt là trung điểm của các đoạn $A'B', AB, CD, C'D'$.

Do $MA' = MB' = MC' = MD' = 215$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $A'B'$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên PN .

Ta có $MP^2 = MN^2 = A'M^2 - A'P^2 = 26\,625$, $PH = HN = 160$.

Khi đó $MH = \sqrt{MP^2 - PH^2} \approx 32$.

Vậy khoảng cách từ M tới mặt sân là $73 - 32 = 41 > 35$.

Chú ý. Có thể xác định tọa độ H là tâm của hình chữ nhật, sau đó viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua H và song song với trục Oz , và tìm điểm M thuộc đường thẳng đó sao cho $MA' = 215$. Từ đó tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (Oxy) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

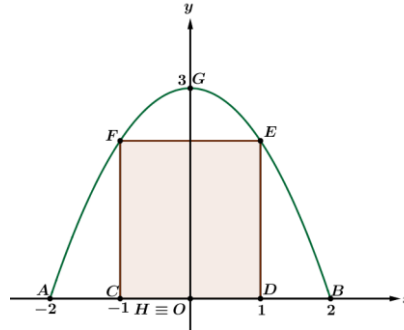
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	1	3,5	1	-98	1,54	11

Câu 1. Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

Suy ra hàm số đã cho có điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 2. Sử dụng hệ trục tọa độ như hình dưới.



Gọi phương trình của parabol là $(P): y = ax^2 + c$.

Khi đó (P) đi qua $G(0; 3)$ và $B(2; 0)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3 = a \cdot 0^2 + c \\ 0 = a \cdot 2^2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{3}{4}x^2 + 3.$$

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ và trục Ox là:

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left| -\frac{3}{4}x^2 + 3 \right| dx = 8 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Do } AC = BD = 1 \text{ m} \Rightarrow CD = 2 \text{ m}.$$

Đường thẳng $x = 1$ cắt parabol (P) tại điểm có tung độ là $y = -\frac{3}{4} + 3 = 2,25$.

$$\text{Do đó } CF = DE = 2,25 \text{ m}.$$

Diện tích phần hai cánh hình chữ nhật là:

$$S_2 = 2 \cdot 2,25 = 4,5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích phần công làm trang trí là: $S = S_1 - S_2 = 8 - 4,5 = 3,5 \text{ (m}^2\text{)}.$

Câu 3. Ta có một VTPT của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$; một VTCP của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Theo giả thiết một VTPT của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{l}] = (0; 1; 1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $(y + 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z = 0$.

Câu 4.

Tứ giác $OCMN$ là hình chữ nhật và $\widehat{MON} = 45^\circ$ nên $OCMN$ là hình vuông.

Ta có $OM = 14 \Rightarrow ON = OC = 7\sqrt{2}$. Do đó, $c = 7\sqrt{2}$.

Xét tam giác OAN vuông tại A , ta có: $OA = ON \cdot \sin 30^\circ = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Do đó, $a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác OBN vuông tại B , ta có: $OB = ON \cdot \cos 30^\circ = \frac{7\sqrt{6}}{2}$.

Do đó, $b = \frac{7\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $a^2 + b^2 - 2c^2 = -98$.

Câu 5.

$Q_1 \in [2,5; 3), Q_3 \in [4; 4,5)$.

$$Q_1 = 2,5 + \frac{50-10}{4} \cdot 0,5 = \frac{45}{16}.$$

$$Q_3 = 4 + \frac{3 \cdot 50 - 29}{12} \cdot 0,5 = \frac{209}{48}.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q = \frac{209}{48} - \frac{45}{16} = \frac{37}{24} \approx 1,54.$$

Câu 6. Kí hiệu A là biến cố “Khách hàng mua điện thoại Iphone” và \bar{A} là biến cố “Khách hàng mua điện thoại Samsung”.

Gọi B là biến cố “Khách hàng dán màn hình khi mua điện thoại”.

Vì khi đến mua điện thoại thì 40% khách hàng sẽ mua Iphone còn 60% khách hàng sẽ mua điện thoại Samsung nên: $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6$.

Theo đề bài: Tỷ lệ dán màn hình của khách hàng mua Iphone là 60% $\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

Tỷ lệ dán màn hình của khách hàng mua Samsung là 80% $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,8$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta được:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,6 + 0,6.0,8 = 0,72.$$

Xác suất người đó mua điện thoại nhưng không dán màn hình là

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,72 = 0,28.$$

Xác suất để người không dán màn hình đó mua điện thoại Iphone chính là $P(A|\bar{B})$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,4.0,4}{0,28} = \frac{4}{7}$.

Do đó $a + b = 11$.



VIASM

VIỆN NGHIÊN CỨU CAO CẤP VỀ TOÁN

BẢNG NĂNG LỰC VÀ CẤP ĐỘ TƯ DUY

Các thành tố của năng lực toán học		Số câu	Cấp độ tư duy (các câu cụ thể)												
			Dạng thức I				Dạng thức II				Dạng thức III				
			NB	TH	VD	VDC	NB	TH	VD	VDC	NB	TH	VD	VDC	
1	Năng lực tư duy và lập luận toán học	13	3	1			3	1	1	1			2	1	
2	Năng lực mô hình hóa toán học	5			1		2		2						
3	Năng lực giải quyết vấn đề toán học	4		1				1						1	1
4	Năng lực giao tiếp toán học	8	2	1	1		2	1	1						
5	Năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán	4	1	1				1					1		
Tổng		34	6	4	2		7	4	4	1			3	2	1

Ghi chú: Đề thi có 22 câu hỏi, trong đó mỗi câu hỏi ở Dạng thức II gồm 4 ý hỏi nhỏ. Do đó đề thi bao gồm 34 ý hỏi nhỏ. Số câu hỏi được thống kê ở bảng trên là tính đến từng ý hỏi nhỏ.

BẢNG CÂU HỎI THEO NỘI DUNG/CHỦ ĐỀ

Nội dung/Chủ đề	Dạng thức				Tổng điểm
	Dạng thức I	Dạng thức II	Dạng thức III	Tổng	
Mạch Đại số và Giải tích	6	8 (=2x4)	2	16	4,5
Mạch Hình học và Đo lường	4	8 (=2x4)	2	14	4,0
Mạch Thống kê và Xác suất	2		2	4	1,5
Tổng	12	16	6	34	10

2. Đề thi minh hoạ theo Phương án 2

Đề thi được thiết kế theo tỉ lệ:

+ Đại số và Giải tích: 45%; Hình học và Đo lường: 35%; Thống kê và Xác suất: 20%.

+ Nhận biết: 30%; Thông hiểu: 30%; Vận dụng: 30%; Vận dụng cao: 10%.

Ưu điểm của đề thi theo phương án này:

+ Thể hiện tương đối rõ mạch Thống kê và Xác suất là 1 trong 3 mạch kiến thức chính của Chương trình, có câu hỏi tổng hợp về mạch kiến thức này; điều này thể hiện khá rõ nét sự đổi mới của Chương trình môn Toán 2018 trong đề thi;

+ Cả 3 dạng thức câu hỏi của đề thi đều có đủ cả 3 mạch kiến thức, do đó đề thi đánh giá được học sinh toàn diện hơn;

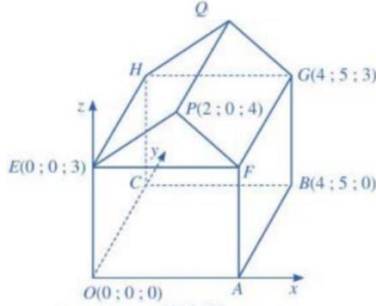
+ Đề thi có tính phân loại cao hơn, phù hợp với việc kết hợp xét tuyển vào các trường đại học lớn.

Nhược điểm:

+ Khó thiết kế đề thi hơn so với Phương án 1 (vì nói chung, thiết kế câu hỏi đúng sai thuộc mạch Thống kê và Xác suất sẽ khó hơn thiết kế câu hỏi đúng sai thuộc 2 mạch kiến thức còn lại);

+ Về hình thức, đề thi không thật cân đối về số câu hỏi của từng mạch kiến thức ở dạng thức trả lời ngắn (02 câu Giải tích, 03 câu Hình học, 01 câu Thống kê/Xác suất). Cũng cần cân chỉnh số điểm của từng phần Thống kê và Xác suất sao cho hài hoà hợp lí (tùy dụng ý và điểm muốn nhấn trong mỗi đề thi mà ta có thể để tỉ lệ điểm là 1+1, hoặc 1,25+0,75 cho hai nội dung này). Ngoài ra, nếu thiết kế được cả ý hỏi Thống kê và Xác suất trong cùng một câu hỏi dạng đúng sai 4 ý ở Dạng thức II thì sẽ rất hay, mặc dù việc này là tương đối khó (xem 01 phương án như vậy ở đề minh hoạ theo Phương án 2);

+ Với học sinh thiên về khoa học xã hội thì phổ điểm có thể không cao (do đề thi có tính phân hoá cao hơn và mạch Thống kê và Xác suất, mạch kiến thức mới trong Chương trình, được nhiều điểm hơn so với đề thi thiết kế theo Phương án 1).



A. 1.

B. 3.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 2.

Câu 11. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616.

B. 0,785.

C. 0,78.

D. 0,609.

Câu 12. Lớp Toán cao cấp có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kì thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tính xác suất chọn được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{-x^2+2x-5}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1; 0)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4\sqrt{5}$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là đường thẳng $y = x + 5$.

d) Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $x_M > 1$ và độ dài IM ngắn nhất có tung độ $y_M < -4$, với I là tâm đối xứng của đồ thị (C).

Câu 2.



Một người đi ô tô từ đường dẫn muốn nhập vào đường cao tốc. Khi đang đi với vận tốc 36 km/h thì người đó bắt đầu tăng tốc để đạt được vận tốc yêu cầu tối thiểu khi nhập làn là 60 km/h. Biết rằng sau khi tăng tốc được 10 giây, xe người đó bắt đầu vào đường cao tốc với vận tốc 60 km/h. Giả sử rằng xe tăng tốc nhanh dần đều với vận tốc biểu diễn theo thời gian t (giây) là một hàm số bậc nhất có dạng $v = at + b$ (đơn vị: m/s).

- Khi bắt đầu vào đường cao tốc, ô tô có vận tốc 10 m/s.
- Hàm số $v(t)$ biểu diễn vận tốc của xe từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi vào cao tốc là $v = \frac{2}{3}t + 10$ (m/s).
- Quãng đường xe đi được từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi vào đường cao tốc là 133 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).
- Biết trên đường cao tốc giới hạn vận tốc tối đa là 100 km/h. Nếu giữ nguyên độ tăng vận tốc như vậy thì sau 26 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc ô tô sẽ đi quá vận tốc tối đa cho phép.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng (P): $x + 3y - 2z + 1 = 0$.

- Đường thẳng Δ đi qua điểm $P(4; -3; -1)$.
- Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là 30° .
- Đường thẳng d vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 1; 0)$.
- Gọi Δ' là đường thẳng qua $A(1; -1; 2)$, vuông góc với đường thẳng Δ và cắt trục Oz. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ' nhỏ hơn $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Thời gian (phút) truy cập Internet một ngày của 60 học sinh trường THPT A và 60 học sinh trường THPT B được cho như sau:

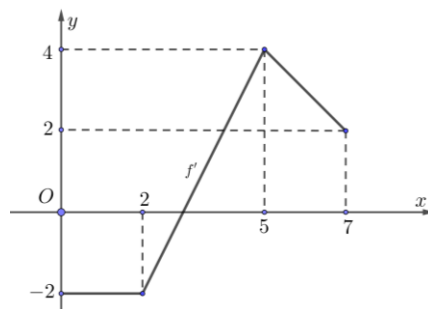
Thời gian (phút)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)
Số học sinh THPT trường A	3	12	15	20	10

Thời gian (phút)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)
Số học sinh THPT trường B	4	8	12	23	13

- a) Thời gian truy cập Internet trung bình một ngày của nhóm học sinh THPT trường A nhỏ hơn thời gian truy cập trung bình của nhóm học sinh THPT trường B.
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian truy cập Internet một ngày của học sinh THPT trường B nhỏ hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian truy cập Internet một ngày của học sinh THPT trường A.
- c) Nếu căn cứ vào sự so sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về thời gian truy cập Internet của hai nhóm, ta kết luận thời gian truy cập Internet một ngày của nhóm học sinh trường B phân tán hơn nhóm học sinh trường A.
- d) Chọn 1 học sinh THPT bất kì từ mẫu dữ liệu trên. Biết học sinh đó truy cập Internet dưới 60 phút một ngày. Khả năng chọn được học sinh trường A cao hơn khả năng chọn được học sinh trường B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ gồm 3 đoạn gấp khúc như hình dưới. Biết $f(7) = 3$, tính giá trị của $f(3)$.

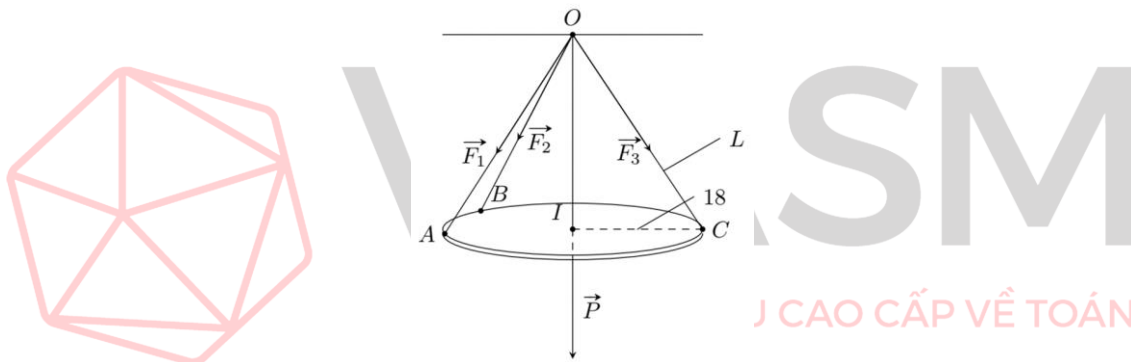


Câu 2. Giả sử số lượng quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{240}{2+3e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ, $t \geq 0$. Coi $t = 0$ là thời điểm ban đầu. Cần tối thiểu bao nhiêu giờ để tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men không vượt quá 4 tế bào/giờ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): mx + y + z + 3 = 0$. Tính tổng các giá trị của m sao cho bình phương khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 26.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-3; 0; 0), B(0; 2; 0), D(0; 0; 1), A'(1; 2; 3)$. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Câu 5. Một chiếc đèn tròn được treo bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều và mặt phẳng (ABC) song song với nền nhà (như hình dưới). Độ dài của mỗi đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L (cm). Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính chiếc đèn là 18 cm. Giả sử các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây có cùng độ lớn là $F = F(L)$ (phụ thuộc vào độ dài L của mỗi sợi dây). Biết rằng $|\vec{P}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3|$. Nếu chiều dài L của mỗi đoạn dây OA, OB, OC tối thiểu là 20 cm, độ lớn F của lực căng trên mỗi sợi dây có giá trị lớn nhất là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 6. Trường THPT A có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong đó có 90% học sinh của câu lạc bộ biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ âm nhạc nhưng cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA
PHƯƠNG ÁN 2**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	C	B	C	B	B	D	B	A	D	A

Câu 1.

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \frac{1}{x - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\};$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 5. \end{cases}$$

Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x + 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	$-\infty$
				$-\infty$	\searrow
				5	\nearrow
					$-\infty$

Câu 2. ĐKXD: $x \neq m$.

Ta có: $y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định

$\Leftrightarrow y' \geq 0$, với mọi $x \neq m$ và dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn các điểm x .

$\Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m .

Câu 6. Diện tích phần sơn trắng là $S_T = \int_0^8 \left| \frac{1}{35} x(x - 2)(x - 8) + 2 \right| dx \approx 11,12m^2$.

Do $11,12: 4 \approx 2,78$ nên ta cần ít nhất 3 hộp sơn trắng.

Câu 10. Ta có $A(4; 0; 0)$. Từ $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow Q(2; 5; 4)$.

Tọa độ của F $(4; 0; 3)$. Do đó tọa độ điểm treo đèn M là $M(2; \frac{5}{2}; 3)$.

Mặt phẳng (α) song song với trần và đi qua PQ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 3)$.

Do đó phương trình (α) là $(\alpha): z - 4 = 0$.

Khoảng cách từ M đến (α) là 1.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

Câu 1.

a) **Đúng**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{-x^2+2x-5}{x-1} = -x + 1 - \frac{4}{x-1}.$$

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -x + 1$.

Do đó tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(1; 0)$.

b) **Đúng**

$$\text{Ta có: } y' = -1 + \frac{4}{(x-1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -1 + \frac{4}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ x-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy, đồ thị hàm số có hai cực trị là $M(3; -4), N(-1; 4)$.

$$\text{Do đó, khoảng cách giữa hai điểm cực trị là } MN = \sqrt{(-1-3)^2 + (4+4)^2} = 4\sqrt{5}.$$

c) Sai

$$\text{Ta có: } y' = -1 + \frac{4}{(x-1)^2}.$$

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy là $A(0; 5)$.

$$\text{Ta có: } y'(0) = 3.$$

Khi đó, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A là đường thẳng $y = 3x + 5$.

d) Đúng

$$\text{Điểm } M \in (C) \Rightarrow M \left(x_M; -x_M + 1 - \frac{4}{x_M-1} \right), x_M > 1.$$

Đề IM nhỏ nhất thì IM^2 nhỏ nhất.

$$\text{Ta có: } IM^2 = (x_M - 1)^2 + \left(-x_M + 1 - \frac{4}{x_M-1} \right)^2 = 2(x_M - 1)^2 + \frac{16}{(x_M-1)^2} + 8.$$

$$\text{Đặt } t = (x_M - 1)^2, t > 0. \text{ Khi đó, ta được: } f(t) = 2t + \frac{16}{t} + 8.$$

$$f'(t) = 2 - \frac{16}{t^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{16}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2\sqrt{2} \text{ (loại)} \\ t = 2\sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	$2\sqrt{2}$	$+\infty$	
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	$+\infty$		$8 + 8\sqrt{2}$	$+\infty$

$$\text{Vậy } \min_{(0; +\infty)} f(t) = f(2\sqrt{2}) = 8 + 8\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó: } (x_M - 1)^2 = 8 + 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = \sqrt{2\sqrt{2}} \\ x_M - 1 = -\sqrt{2\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 + \sqrt{2\sqrt{2}} \\ x_M = 1 - \sqrt{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Do } x_M > 1 \Rightarrow x_M = 1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow y_M = -1 - 2\sqrt{2} + 1 - \frac{4}{1+2\sqrt{2}-1} = -2\sqrt{2} - \frac{4}{2\sqrt{2}} < -4.$$

Câu 2. a) **Sai** vì khi bắt đầu vào đường cao tốc, vận tốc của ô tô là $60 \text{ km/h} = \frac{50}{3} \text{ m/s}$.

b) **Đúng** vì tại $t = 0, v = 10 \text{ m/s}$ và tại $t = 10, v = \frac{50}{3} \text{ m/s}$.

c) **Đúng** vì quãng đường xe đi được từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi vào cao tốc là $\int_0^{10} \left(\frac{2}{3}t + 10\right) dt \approx 133 \text{ m}$.

d) **Sai** vì: $100 \text{ km/h} = \frac{250}{9} \text{ m/s}$.

Để $\frac{2}{3}t + 10 > \frac{250}{9}$ thì $t > 26,6$. Tại thời điểm $t = 26$ giây, ô tô vẫn chưa vượt quá giới hạn vận tốc tối đa.

Câu 3.

a) **Đúng.**

Ta viết lại phương trình đường thẳng Δ dưới dạng tham số như sau $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Thay $x = 4; y = -3; z = -1$ vào phương trình đường thẳng Δ ta được

$\Delta: \begin{cases} 4 = 1 + 3t \\ -3 = -3t \\ -1 = -3 + 2t \end{cases} \Rightarrow t = 1$. Vậy với $t = 1$ đường thẳng Δ đi qua điểm $P(4; -3; -1)$.

b) **Sai.** Ta có vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (3; -3; 2)$; vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

Do đó $\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}; \vec{n})| = \frac{5\sqrt{77}}{77} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 34^{\circ}44'$.

c) **Đúng.**

Gọi \vec{u}_d là vector chỉ phương của đường thẳng d. Vì d vuông góc với Δ nên $\vec{u}_d \perp \vec{u}$.

Đồng thời, do d song song với mặt phẳng (Oxy) nên \vec{u}_d vuông góc với vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) tức $\vec{u}_d \perp \vec{k}$ với $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Vậy $\vec{u}_d = [\vec{u}; \vec{k}] = (-3; -3; 0)$. Chọn $\vec{u}_d = (1; 1; 0)$.

d) **Đúng.** Gọi đường thẳng cần tìm là Δ' .

Theo câu b) vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (3; -3; 2)$.

Gọi $M(0; 0; a)$ là điểm thuộc Oz mà đường thẳng Δ' đi qua $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-1; 1; a - 2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ' .

Suy ra

$$\Delta' \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-1) \cdot 3 + 1 \cdot (-3) + (a - 2) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow a = 5.$$

Vậy đường thẳng Δ' đi qua $M(0; 0; 5)$ nhận vectơ $\overrightarrow{AM} = (-1; 1; 3)$ làm vectơ chỉ phương

$$\text{có phương trình } \begin{cases} x = -t \\ y = t \\ z = 1 + 3t \end{cases}.$$

Giả sử $H(-t; t; 1 + 3t)$ là chân đường vuông góc kẻ từ O xuống Δ' . Khi đó $\overrightarrow{OH} = (-t; t; 1 + 3t)$.

Để $OH \perp \Delta'$ thì $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AM}$, do đó $t + t + 3(1 + 3t) = 0$, tức là $t = -\frac{3}{11}$.

$$\text{Suy ra } H\left(\frac{3}{11}; -\frac{3}{11}; \frac{2}{11}\right), OH = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$

Câu 4. d) Đúng

Gọi A là biến cố “Chọn được học sinh trường A”, \bar{A} là biến cố “Chọn được học sinh trường B”.

Gọi X là biến cố “Học sinh được chọn có thời gian sử dụng Internet dưới 60 phút một ngày”, \bar{X} là biến cố “Học sinh được chọn có thời gian sử dụng Internet ít nhất 60 phút một ngày”.

$$\text{Khi đó } P(A) = 0,5; P(X) = \frac{3+12+15+4+8+12}{120} = 0,45; P(X|A) = 0,5.$$

$$\text{Do đó, } P(A|X) = \frac{P(X|A)P(A)}{P(X)} = \frac{5}{9}. \text{ Suy ra } P(\bar{A}|X) = \frac{4}{9}.$$

Vậy xác suất để chọn được học sinh trường A cao hơn xác suất chọn được học sinh trường B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	-7	5	0,64	16	18,4	0,69

Câu 1.

Ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $(2; -2)$ và $(5; 4)$ là $y = 2x - 6$. Nên đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

Khi đó $\int_3^7 f'(x)dx = f(7) - f(3)$ và bằng diện tích của miền giới hạn bởi $y = f'(x)$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 7$ và bằng $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{(4+2) \cdot 2}{2} = 10$.

Suy ra $f(3) = f(7) - 10 = -7$.

Câu 2. Ta có $P'(t) = \frac{540e^{-0,75t}}{(2+3e^{-0,75t})^2}$.

Để tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men không vượt quá 4 tế bào/giờ thì

$$P'(t) = \frac{540e^{-0,75t}}{(2+3e^{-0,75t})^2} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 36(e^{-0,75t})^2 - 492e^{-0,75t} + 16 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,75t} \geq 13,63 \text{ hoặc } e^{-0,75t} \leq 0,03$$

$$\Leftrightarrow t \leq -3,48 \text{ hoặc } t \geq 4,68.$$

Do $t \geq 0$ nên cần ít nhất 5 giờ để tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men không vượt quá 4 tế bào/giờ.

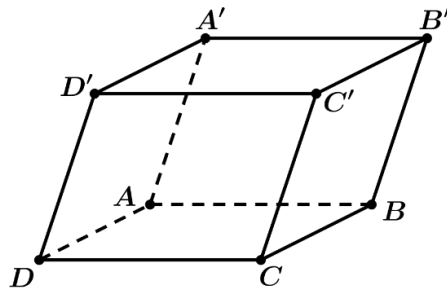
Câu 3.

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|m+8|}{\sqrt{m^2+2}}$. Theo đề bài ta có $\frac{|m+8|}{\sqrt{m^2+2}} = \sqrt{26}$.

Suy ra $26(m^2 + 2) = m^2 + 16m + 64 \Leftrightarrow 25m^2 - 16m - 12 = 0$. Phương trình bậc hai này có $ac = -300 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt m_1, m_2 .

Do đó, theo định lí Viét, tổng các giá trị của m là: $m_1 + m_2 = \frac{16}{25} = 0,64$.

Câu 4.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0), \overrightarrow{AD} = (3; 0; 1), \overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$.

Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = A'H \cdot S_{ABCD}$.

Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (2; -3; -6)$ nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$ là $\vec{n} = (2; -3; -6)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABCD)$ là $2x - 3y - 6z + 6 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $A'(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

$$d(A', (ABCD)) = \frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 - 6 \cdot 3 + 6|}{7} = \frac{16}{7}.$$

Ta có $\cos \widehat{DAB} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AD}|} = \frac{9}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{10}} \Rightarrow \sin \widehat{DAB} = \frac{7}{\sqrt{130}}$.

Suy ra diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{DAB} = 7$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{16}{7} \cdot 7 = 16$.

Câu 5. Gọi I là tâm của tam giác đều ABC . Ta có: $OI \perp (ABC), \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OI}$.

Mặt khác $OI = \sqrt{L^2 - 18^2}$. Do mô hình có dạng hình chóp tam giác đều nên ta có thể đặt: $|\vec{F}_1| = kOA, |\vec{F}_2| = kOB, |\vec{F}_3| = kOC, k > 0$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} |\vec{P}| &= |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| \Leftrightarrow 24 = |k(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})| \\ &\Leftrightarrow 24 = |3k\overrightarrow{OI}| = 3kOI \Leftrightarrow k = \frac{24}{3\sqrt{L^2 - 18^2}}. \end{aligned}$$

Vậy $F = F(L) = |\vec{F}_1| = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 18^2}}$.

$F'(L) = \frac{-8 \cdot 18^2}{\sqrt{(L^2 - 18^2)^3}} < 0, \forall L > 18$. Khi đó hàm số nghịch biến trên $(18; +\infty)$.

Khi độ dài mỗi đoạn OA, OB, OC tối thiểu là 20 cm, ta có $L \in [20; +\infty)$. Do đó độ lớn của lực căng dây lớn nhất là $F(20) = 18,4$ (N).

Câu 6.

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B : “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”.

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,9$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,26.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,26} \approx 0,69.$$



VIASM

VIỆN NGHIÊN CỨU CAO CẤP VỀ TOÁN

BẢNG NĂNG LỰC VÀ CẤP ĐỘ TƯ DUY

Các thành tố của năng lực toán học		Số câu	Cấp độ tư duy (các câu cụ thể)											
			Dạng thức I				Dạng thức II				Dạng thức III			
			NB	TH	VD	VDC	NB	TH	VD	VDC	NB	TH	VD	VDC
1	Năng lực tư duy và lập luận toán học	15	3	3			3	1	2	1		1	1	
2	Năng lực mô hình hóa toán học	6			1		1	2	1				1	
3	Năng lực giải quyết vấn đề toán học	5		1	1			1				1		1
4	Năng lực giao tiếp toán học	3	1						1			1		
5	Năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán	5	1	1			1	1	1					
Tổng		34	5	5	2		5	5	5	1		3	2	1

Ghi chú: Đề thi có 22 câu hỏi, trong đó mỗi câu hỏi ở Dạng thức II gồm 4 ý hỏi nhỏ. Do đó đề thi bao gồm 34 ý hỏi nhỏ. Số câu hỏi được thống kê ở bảng trên là tính đến từng ý hỏi nhỏ.

BẢNG CÂU HỎI THEO NỘI DUNG/CHỦ ĐỀ

Nội dung/Chủ đề	Dạng thức				Tổng điểm
	Dạng thức I	Dạng thức II	Dạng thức III	Tổng	
Mạch Đại số và Giải tích	6	8 (=2x4)	2	16	4,5
Mạch Hình học và Đo lường	4	4 (=1x4)	3	12	3,5
Mạch Thống kê và Xác suất	2	4 (=1x4)	1	7	2,0
Tổng	12	16	6	34	10